

## Стоячие упругие волны

Стоячие волны – это волны, в которых не осуществляется перенос энергии. Они образуются при наложении нескольких волн друг на друга.

Представим две упругие одномерные волны:

$$\xi_1 = a \cos(\omega t - kx + \varphi_1) \quad (1)$$

$$\xi_2 = a \cos(\omega t - kx + \varphi_2) \quad (2)$$

При сложении получается:

$$\xi = 2a \cos\left(kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) \quad (3)$$

При соответствующем выборе начал отсчета времени и координаты избавимся от смещения фаз:

$$\xi = 2a \cos(kx) \cos(\omega t) \quad (4)$$

Это уравнение стоячей волны. Из него следует, что в стоячей волне амплитуда зависит от координаты:

$$\text{амплитуда} = |2a \cos(kx)| = |2a \cos(2\pi \frac{x}{\lambda})| \quad (5)$$

Пучностями называются участки волны с максимальной амплитудой. Чтобы найти их координаты в нашем случае, требуется найти максимум косинуса (далее  $n \in \mathbb{Z}$ ):

$$2\pi \frac{x}{\lambda} = \pi n \quad (6)$$

Отсюда:

$$x_{\text{пучн.}} = n \frac{\lambda}{2} \quad (7)$$

Узлами называются участки волны с нулевой амплитудой. В стоячей волне в узлах колебания отсутствуют. Найдем условия равенства нулю амплитуды:

$$2\pi \frac{x}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + \pi n = (n + \frac{1}{2})\pi \quad (8)$$

Отсюда:

$$x_{\text{узл.}} = (n + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (9)$$

Легко видеть, что:

1) Расстояние между двумя ближайшими узлами или пучностями равно  $\frac{\lambda}{2}$ .

2) Расстояние между ближайшими пучностью и узлом равно  $\frac{\lambda}{4}$

Рассмотрим колебания струны, закрепленной в концах. Из закрепленности концов следует, что в них должны наблюдаться узлы. Следовательно, в этой струне будут возбуждаться колебания, половина длины волны которых укладывается на длине струны целое число раз:

$$l = n \frac{\lambda}{2} \quad (10)$$

Отсюда (далее  $n \in \mathbb{N}$ ):

$$\lambda_n = \frac{2l}{n} \quad (11)$$

Легко найти частоту:

$$\nu_n = \frac{v}{2l} n \quad (12)$$

Мы нашли длину волны и частоту  $n$ -ной гармоники струны: т.е. колебания, при котором половина длины получаемой волны укладывается между ближайшими узлами  $n \in \mathbb{N}$  раз.